

双極子散逸エネルギーに対する自己無撞着な 閉じ込めモード積分計算の一般化

○石堂 能成 谷垣 宣孝

産業技術総合研究所 無機機能材料研究部門

E-mail:y-ishido@aist.go.jp

アブストラクト 双極子散逸エネルギーは多層スラブ構造に挟まれた双極子放射モデルから理論計算できる．前回では特に閉じ込めモードの（面内）波数スペクトル積分をその電磁波分散特性を援用することによりそのピーク値から数値積分を用いることなく，しかも自己無撞着にエネルギー配分計算する方法を提案したが，さらに踏み込んでスペクトルの数値を全く介せず理論のみで計算することを試みる．この場合閉じ込めモードの双極子散逸エネルギー波数スペクトルは複素波数面上での一位の極で表され，その積分は極回りの留数に等しい．

< 緒言 >

双極子散逸エネルギーの波数スペクトル分布は多層スラブ構造に挟まれた双極子放射モデルから理論計算で算出されており，そのエネルギーは，多層スラブの外表面から自由空間へ伝搬する放射モードと多層スラブ面内方向にのみ伝搬が許される閉じ込めモードそれぞれを波数スペクトル積分することで配分評価される．放射モードは波数スペクトルに対し連続かつ有界であるため，数値計算が容易であるが，閉じ込めモードはスパイク状であるため，解析的取り扱いの方が向いている．前回ではその複素固有波数ベクトルを知れば，分布のピーク値だけで閉じ込めモードに配分されるエネルギーを見積もれることを示した[1]．しかしながら，裾野の広い表面プラズモンモードをはじめとする隣のモードにピークが埋まったり融合したりしてピーク値の抽出が困難なケースが散見された[2]．

平面多層スラブ構造を伴う双極子放射モデルは電磁波境界値問題として解析的に解くことができる．特に閉じ込めモードのそれは，スラブ導波固有モード励振問題として複素解析による取り扱いが確立している[3]．

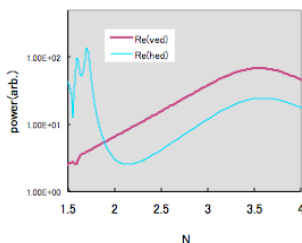


図 1：文献[2]Fig.7 の水平配向散逸エネルギー波数スペクトル分布を Fig.6 のモデルから筆者

の方で再計算し（淡），垂直配向の場合（濃）を重ねたもの．縦軸は対数．（淡）であらわれている p の 2 次モードが（濃）では隣の広大な 1 次モード（表面プラズモン）に埋まってしまうピークが検出できないのがわかる．

< 理論 >

電磁場の複素解析論によれば，平面スラブ構造中で，振幅と位相を併せ持つ導波固有モード成分は複素（面内）波数平面内での一位の極で表され，従ってその波数スペクトル積分はその極回りの留数で見積もられる．これはピーク値が理論上無限大となる無損失デバイス系の場合も含まれる．

散逸エネルギースペクトルは双極子の位置での電場成分と双極子振動電流との内積すなわち双極子モーメントを規格係数とする電場の電流方向（複素）成分であり，一般に解析関数を用い以下のような伝達関数の形で描かれる[1]．

$$F(\omega, k_z) / D(\omega, k_z) \quad (1)$$

ここで ω は各周波数． ω を既知とし k_z に対する分散項 $D(\omega, k_z)$ の零点がこのデバイスにおける面内方向電磁波導波モードの固有波数であり，散逸エネルギースペクトル分布，とくにスパイク状のピークの位置にあたる波数ベクトルはこの（複素）固有波数の実部にほぼ一致する．

この時散逸エネルギーのスペクトル積分は，波数の規格化を除けば文献[1]にも記したように

$$\int_0^{\infty} k_z F(\omega, k_z) / D(\omega, k_z) dk_z \quad (2)$$

一方、被積分（複素）関数の、電磁波導波固有モードに対応する一位の極回りの留数 $\text{Res}\{k_z F(\omega, k_z) / D(\omega, k_z)\}$ は $D(\omega, u)$ の固有モード波数 $k_{z0} = \beta - i\alpha$ 回りの Taylor 展開を使えば以下ようになる。

$$\lim_{k_z \rightarrow k_{z0}} \{k_z - k_{z0}\} \{k_z F(\omega, k_z) / D(\omega, k_z)\} = k_{z0} F(\omega, k_{z0}) / [\partial D / \partial k_z]_{k_z = k_{z0}} \quad (3)$$

この留数によれば (2) は $-2\pi i \times \text{Res}\{\cdot\}$ で表せる。

< 考察 >

問題は、(3) 中に波数ベクトル k_z に関する分散項 D の一次偏微分が存在することである。図 2 の 4 層モデルの場合それは各層フレネル係数 r_{ij} により解析的に表せるが [4]、水平配向 s 偏光放射では以下となる。 $r_{ij}^s = (k_{ix} - k_{jx}) / (k_{ix} + k_{jx})$

$$\begin{aligned} & \partial D(k_z) / \partial k_z |_{k_z = k_{z0}} \\ &= -2 \frac{r_{12}^s k_0 k_z \exp(-2ik_{1x}\delta_b) + r_{13}^s r_{34}^s \exp(-2ik_{3x}T)}{1 + r_{12}^s \exp(-2ik_{1x}\delta_b) + r_{34}^s \exp(-2ik_{3x}T)} \times \\ & \left[\rho_{13}^s \frac{1}{k_{1x}} \left(\frac{1}{k_{2x}} + i\delta_b \right) + \frac{\frac{r_{13}^s}{k_{1x}k_{3x}} + \left(\frac{1}{k_{4x}} + iT \right) \frac{r_{34}^s}{k_{3x}} \exp(-2ik_{3x}T)}{1 + r_{13}^s r_{34}^s \exp(-2ik_{3x}T)} - \right. \\ & \left. \rho_{13}^s \frac{\left(\frac{1}{k_{1x}k_{4x}} + iT \right) \frac{r_{13}^s r_{34}^s}{k_{3x}} \exp(-2ik_{3x}T)}{1 + r_{13}^s r_{34}^s \exp(-2ik_{3x}T)} \right] \end{aligned} \quad (4)$$

なお、 k_0 は自由空間波数、

$$\rho_{13}^s = \frac{r_{13}^s + r_{34}^s \exp(-2ik_{3x}T)}{1 + r_{13}^s r_{34}^s \exp(-2ik_{3x}T)} \quad (5)$$

また i は虚数単位だが計算の都合上文献 [1] と符号が逆になっている。

一方、 $F(\omega, k_z)$ は以下。

$$F(\omega, k_z) = k_0^2 / (k_{1x} + k_{3x}) \quad (6)$$

双極子の面する層での放射場の縦方向波数ベクトルが陽にあらわれ、放射成分（実部）に対する非放射成分（虚部）の向き付け判別の必要性を示唆している。

図 2: 4 層モデル。双極子面の下側近い順に 1, 2, 上側では 3, 4 と割り振っている（下側半無限が 2, 上側半無限が 4）。座標は面内方向を z 、縦方向を x にとっている。

図 2 において $n_s 1.55 / n_f 1.84 - 0.04i$, $T 160\text{nm} / D_p / n_b 2$, $\delta_b 72\text{nm} / \epsilon_m -5.5 - 0.8i$ 、とした場合、これは文献 [2] Fig.6 のモデルで双極子が polymer と ITO の境にある時にあたるが、その波数スペクトル分布を図 3 に示すと図 1 に比べ垂直配向 p の 2 次モードのピークが明瞭な一方、表面プラズモンはなだらかでピークが不明瞭であった。

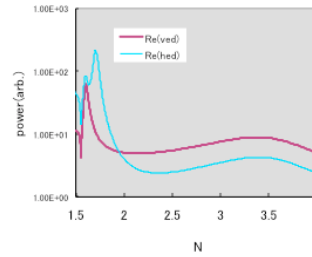


図 3: $n_s 1.55 / n_f 1.84 - 0.04i$, $T 160\text{nm} / D_p / n_b 2$, $\delta_b 72\text{nm} / \epsilon_m -5.5 - 0.8i$ の散逸エネルギー波数スペクトル分布。

このとき垂直配向と水平配向の表面プラズモンの配分比は [1] の場合 2.08 のところ留数によるそれでは 2.40 であった。

文 献

- [1] Y. Ishido & N. Tanigaki, J. Sci. Techn. Light., doi: 10.2150/jstl.IEIJ190000634(2019); ibid., 有機 EL 討論会第 27 回例会 S7-4(Nov. 2018).
- [2] J. A. E. Wasey, A. Safonov, I. D. W. Samuel, & W. L. Barnes, Phys. Rev., **B64**, 205201(2001).
- [3] R. E. Collin, Field Theory of Guided Waves, 2nd ed., chap. 11.8 pp.725- 744, IEEE press(1991).
- [4] 3, 4 層界面における電場成分に関しては、石堂, 谷垣, 電気学会研究会資料 EMT15-055(Jan. 2015).

